Approches évolutionistes

Motivation

- L’approche suivie jusqu’ici supposait des acteurs individuels animés d’objectifs spécifiques.
- Ces individus choisissaient leur stratégie de manière à satisfaire le mieux possible cet objectif compte tenu de l’information dont ils disposaient, exploitée de manière Bayesienne (rationalité).
- Cette rationalité optimisatrice est souvent considérée comme peu réaliste.

Une alternative radicale à la rationalité

- Les participants à l'interaction sont des « animaux » programmés pour adopter une stratégie particulière.
- Les participants sont appariés un à un de façon aléatoire et sont tirés d'une large population d'agents programmés de manière identique.
- Les paiements que reçoivent les joueurs de leur interaction sont liés à leur aptitude à se reproduire.
- Qu'arrive t-il à certains comportements lorsque des « mutants » adoptant un comportement différent apparaissent ?

Une alternative radicale à la rationalité

- Y a-t-il des stratégies programmées qui sont « robustes » à une apparition de mutants ?
- Les équilibres de théorie des jeux traditionnels (survie à l'élimination itérative des stratégies dominées, équilibres de Nash) sont-ils robustes à ces mutations ?
- Si oui, on pourrait les réinterpréter dans cette perspective
- Si non, on pourrait obtenir des critères additionnels de prédiction de l'issue plausible de problèmes d'interaction.

Un jeu évolutionniste

- Dans un jeu évolutionniste, on considère une population donnée.
- Chaque membre de la population va entrer en contact avec tous les autres membres de la population
- Des interactions qui découlent de ces rencontres vont donner à chacun des membres un score, qui représente leur capacité à se reproduire.
- Ex: Jeu des colombes et des faucons

Colombes VS faucons

- On considère un monde où il n'existe que 2 types de joueurs : des colombes et des faucons.
- Lors que deux joueurs se rencontrent, leur réaction va dépendre de leur nature.

Colombes VS faucons

- Un faucons va se battre avec son adversaire, quelqu'il soit.
- Une colombe ne se bat pas, et si un autre joueur l'agresse, elle se rend immédiatement.
- Ces attitudes peuvent être représentées par un jeu sous forme normale.

Colombes VS faucons

	Colombe	Faucon
Colombe	(1,1)	(0,2)
Faucon	(2,0)	(-4,-4)

Colombes VS faucons

- Considérons une population de 10 colombes.
- Que se passerait-il si un faucon apparaissait?
- Réponse : le faucon se développerait.
- Chacune des 10 colombes rencontrera une fois le faucon, et 9 fois une autre colombe, donc leur score serait 1x0 + 9x1 = 9
- Le faucon rencontrera les 10 colombes, et obtiendra 10x2 = 20
- Le Faucon se développera plus vite que les colombes, donc augmentation du nombre de faucons

Colombes VS faucons

- **Considérons maintenant une population de 10 faucons.**
- **Que se passerait-il si une colombe apparaissait?**
- **Réponse : la colombe se développerait.**
- **Chacun des 10 faucons rencontrera une fois la colombe, et 9 fois un autre faucon, donc leur score serait 2 + 9x(-4) = -34**
- **La colombe rencontrera les 10 faucons, et obtiendra 10x0 = 0**
- **La colombe se développera au détriment des faucons.**

Colombes VS faucons

- On voit donc d'une population entièrement composée de l'un ou de l'autre type n'est pas **evolutionnairement stable**.
- Pour ce jeu, la stabilité sera atteinte pour une population de 8 colombes et 3 faucons.
- Ainsi, les colombes et les faucons obtiendront tous un score de 8.

Critère de stabilité évolutionnaire (1)

- **Un cadre particulier: les jeux à deux joueurs symétriques.**
- N **= {1,2},** $A_1=A_2 = A$, A **fini (**$A= \{a_1,\ldots,a_k\}$**).**
- S **l'ensemble des stratégies mixtes sur** A**.**
- $P(\sigma_i,\sigma_j) = \sum^{k}_{h=1}\sum^{kl}_{l=1} \sigma_i(a_h)\sigma_j(a_l)U(a_h,a_l)$ **(pour** i **= 1, 2,** j **=1,2,** $j \neq i$
- U **est la fonction de paiement d'un des deux joueurs (la même pour les 2, à une permutation près)**
- **Une large population d'individus est programmée pour jouer une stratégie (mixte)** σ **dans** S
- **Une fraction** ε **de mutants apparaît.**
- **Chaque mutant est programmé pour jouer une stratégie mixte** σ'**.**

Critère de stabilité évolutionnaire (2)

- **Si un individu est tiré au hasard de la population et est appelé à jouer le jeu, il supposera que son adversaire utilise la stratégie mixte $(1-\varepsilon)\sigma + \varepsilon\sigma'$**
- **Intuitivement, une stratégie mixte σ est stable sur le plan évolutionnaire si elle fait mieux que la stratégie mutante.**
- **$P(\sigma,(1-\varepsilon)\sigma+\varepsilon\sigma') > P(\sigma',(1-\varepsilon)\sigma+\varepsilon\sigma')$ pour i = 1,2 (A)**
- **Définition (Maynard Smith and Price (1973): Une stratégie $\sigma \in S$ est stable sur le plan évolutionnaire si pour toute stratégie $\sigma' \in S$, il existe une barrière de protection $\varepsilon^{\sigma'}$ telle que l'inégalité (A) est vérifiée pour tous les $\varepsilon \in \,]0, \varepsilon^{\sigma'}[$.**
- **En mot, une stratégie est stable sur le plan évolutionnaire si, quelque soit la mutation de comportement envisagée, il existe une barrière de protection de la stratégie que la mutation ne parviendra pas à briser.**

Critère de stabilité évolutionnaire (3)

- **Remarque: Si σ est stable sur le plan évolutionnaire, alors σ doit être une meilleure réponse à elle-même.**
- **Preuve: Supposons que σ ne soit pas une meilleure réponse à elle-même.**
- **Il existe donc σ' $\in$ S telle que P(σ,σ) < P(σ',σ).**
- **Considérons alors la stratégie mutante σ' et un nombre ε' > 0 suffisamment petit. Par continuité de P on aura que:**
- **P(σ,(1- ε)σ+εσ') < P(σ',(1- ε)σ+εσ') pour tout ε]0, ε'[, en contradiction de la stabilité évolutionnaire.**
- **Donc dans les jeux symétriques, les combinaisons symétriques de stratégies stables sur le plan évolutionnaire sont des équilibres de Nash.**
- **La réciproque est fausse.**
- **Si (σ,σ) est un équilibre de Nash strict du jeu (σ est l'unique meilleure réponse à σ), alors σ est stable sur le plan évolutionnaire.**

Résumé

- Soit E(S, T) l'évaluation du jeu de la stratégie S contre la stratégie T. La pair (S, S) est un équilibre de Nash si et seulement si la situation suivante est vraie pour les deux joueurs :
- $E(S,S) \geq E(T,S)$ pour tout $T \neq S$
- Cette équation permet l'existence de stratégies alternatives (ici T) qui permettent de réaliser les mêmes gains mais pas plus.
- Une SES est équilibre de Nash (nécessairement) avec une condition supplémentaire, celle de Smith et Price.
- $E(S,S) \geq E(T,S)$, et
- $E(S,T) > E(T,T)$
- pour tout $T \neq S$.

Résumé

- Il peut également exister des SES mixtes.
- Comme vu dans l'exemple précédent, il co-existera des colombes et des faucons.

Colombes VS faucons

- Reprenons le jeu des faucons et des colombes, en le généralisant et en ajoutant les stratégies mixtes.
- Voyons si une stratégie mixte peut être meilleur d'un point de vue évolutif.

Colombes VS faucons

	Colombe	Faucon
Colombe	(V/2,V/2)	(0,V)
Faucon	(V,0)	((V-C)/2, (V-C)/2)

Colombes VS faucons

- **V représente la valeur du butin que les oiseaux désirent.**
- **C correspond aux pertes causées par le combat.**
- **Selon les valeurs de V et C, la SES ne sera pas la même.**

Colombes VS faucons

- **Si V>C, alors seuls les faucons subsisteront, et les colombes disparaitront.**
- **Preuve, les faucons, quelque soit son adversaire, obtient plus qu’une colombe.**

Colombes VS faucons

- **Si V<C, alors les colombes et les faucons co-existeront.**
- **La part des faucons dans la population sera de V/C**
- **Preuve : soit une population de N individus, donc la part de faucons est V/C et celle de colombes, 1-V/C**

Colombes VS faucons

- Le score d'une colombe sera alors 0 pour chaque rencontre avec un faucon, et V/2 pour chaque rencontre avec une autre colombe, donc
  - VN(C-V)/2C

Colombes VS faucons

- **Le score d'un faucon sera alors (V-C)/2 pour chaque rencontre avec un autre faucon, et V pour chaque rencontre avec une colombe, donc**
  - **VN(C-V)/2C**
  - **C'est-à-dire le même score total!**

Stratégie du « bourgeois »

- La stratégie du bourgeois consiste à se comporter comme un faucon sur son territoire, et comme une colombe en dehors.
- Cette stratégie est représentée par le tableau suivant.

Stratégie du « bourgeois »

		Faucon	Colombe	Bourgeois
				Faucon chez lui
Faucon		1/2(V-C), 1/2(V-C)	V, 0	1/2(V-C), 1/2(V-C)
Colombe		0, V	V/2, V/2	0, V
Bourgeois	Colombe chez les autres	0, V	V/2, V/2	0, V

Stratégie du « bourgeois »

		Faucon	Colombe	Bourgeois
				Faucon chez lui
Faucon		1/2(V-C), 1/2(V-C)	V, 0	1/2(V-C), 1/2(V-C)
Colombe		0, V	V/2, V/2	0, V
Bourgeois	Colombe chez les autres	0, V	V/2, V/2	0, V

Stratégie du « bourgeois »

- Dans ce cas, si V>C, la stratégie « faucon » est la SES
- Par contre, si C>V, la stratégie du bourgeois est la SES.
- Toutefois, les bourgeois n'élimineront pas les colombes.

Application à l'Economie Publique

- **Etudie les causes et les conséquences de l'intervention publique dans la sphère économique.**
- **Acteur crucial: l' autorité publique (Etat, conseil régional, conseil général, mairie, etc.).**
- **Different d'autres catégories d'acteurs considérés traditionnellement en économie (e.g. firmes et ménages).**
- **Autorité publique: un peu comme une firme (un réseau complexe de relations contractuelles entre des individus (politiciens, bureaucrates, etc.) qui produit certains outputs à partir d'inputs.**

L'autorité publique est-elle une firme ? (1)

- **Question importante.**
- **La ligne de partage entre ce qui est produit dans le secteur public et ce qui est produit dans le secteur privé (fut-il à but non-lucratif) a été très fluctuante (à la fois dans l'histoire et entre les pays)**
- **Ex: Enseignement supérieur et recherche: produit principalement dans le secteur public en France, et principalement dans le secteur privé (à but non-lucratif) aux Etats-Unis.**
- **Services de santé: produits largement dans le secteur privé aux Etats-Unis ou en Suisse, largement dans le secteur public au Canada, au Royaume Uni ou en France.**

L'autorité publique est-elle une firme ? (2)

- Il y a cependant au moins un “bien” qui n'est nulle part (et n'a jamais été) produit par le secteur privé.
- L'élaboration des lois et des règles qui gouvernent la vie sociale des communautés humaines.
- D'autres biens sont également presque toujours exclusivement produits dans le giron public (routes (au moins dans les villes, éclairage public, police, armée).
- Que sont les caractéristiques du secteur public qui le rendent relativement plus efficace à produire les biens qu'il tend à produire exclusivement ?
- Que sont les caractéristiques des biens qui justifient leur production publique, plutôt que privée ?

Le Monopole de la violence légale

- « Un état est une communauté humaine qui revendique avec succès le monopole de l'usage légitime de la force physique sur un territoire donné" (Max Weber).
- L'autorité publique: force les individus à payer leurs impôts ou à s'engager dans l'armée, exproprie, punit (parfois de mort)…
- L'autorité publique est le seul acteur qui dispose de ce pouvoir sur un territoire.
- Pourquoi l'exercice d'un tel monopole de la violence légale peut-il être socialement utile ?

Pourquoi un monopole de la violence légale ?

- **Réponse (donnée par Hobbes au XVIIe siècle):**
- **Pour éviter l' "état de nature" qui serait (d'après lui) caractérisé par "la guerre de tous contre tous".**
- **En effet, la propension naturelle des humains à poursuivre leur intérêt étant ce qu'elle est, il paraît peu probable qu'une vie sociale sophistiquée puisse émerger sans un tel monopole de la violence légale.**
- **Sans loi, les individus humains sont rivaux dans l'accès aux ressources et aux biens.**
- **Illustrons en effet à quoi pourrait ressembler un état de nature "Hobbesien".**

L'état de nature ? (1)

- Imaginons une forêt primitive sans autorité publique ni loi (et par conséquent sans droits de propriété).
- Imaginons deux chasseurs/cueilleurs/ pêcheurs: François et Valérie.
- François a récolté des fruits, et Valérie a pêché des truites.
- Chacun a des préférences convexes. François aimerait donc manger des truites avant de déguster ses fruits et Valérie apprécierait pouvoir compléter son repas carnivore avec quelques fruits.
- Que feront-ils s'ils se rencontrent ?

L'état de nature ? (2)

- 2 types d'interaction viennent spontanément à l'esprit.
- 1) Le vol brutal ou
- 2) L'échange paisible.
- Si les deux individus optent pour la 1ère solution, ils se battront.
- Supposons les de force égale.
- Si les 2 individus adoptent des attitudes différentes, celui qui est agressif obtient l'objet de son agression gratuitement, et l'autre se fait flouer.
- Si les deux individus adoptent la seconde attitude, ils procèdent tous les 2 à un échange mutuellement bénéfique.
- Cet échange est cependant moins avantageux pour chaque individu que ce qu'il (elle) pourrait obtenir par le vol simple.

L'état de nature ? (3)

- **Voici une illustration schématique de l'interaction:**

François	Valérie	résultat
steal	steal	Combat
steal	deal	François obtient les truites gratis
deal	steal	Valérie obtient les fruits gratis
deal	deal	Échange à un taux mutuellement accepté

L'état de nature ? (4)

- Les préférences de ces 2 individus pour ces résultats sont (par ordre décroissant):

François	Valérie
François obtient les truites gratis	Valérie obtient les fruits gratis
Echange à un taux mutuallement accepté	Echange à un taux mutuallement accepté
Combat	Combat
Valérie obtient les fruits gratis	François obtient les truites gratis

L’état de nature ? (5)

- Quel est le résultat vraisemblable de cette interaction ?

Valérie

François

	Deal	Steal
Deal	Echange	Fruits gratis pour Valérie
Steal	Truites gratis pour François	Combat

L’état de nature ? (5)

- “steal” est une stragégie dominante pour chacun!

Valérie

François		Deal	Steal
	Deal	Echange	Fruits gratis pour Valérie
	Steal	Truites gratis pour François	Combat

L’état de nature ? (5)

- **Donc, personne ne dealera!**

Valérie

François

		Steal
Steal		combat

L'état de nature ? (5)

- **Le combat (guerre de tous contre tous) prévaudra!**

Valérie

François

		Steal
Steal		**combat**

L’état de nature ? (5)

- **Remarquons que cette situation est inefficace!**

		Valérie
		Steal
François		
	Steal	combat

L’état de nature ? (5)

- Tous sont d’accord pour dire que l’échange serait préférable

		Valérie
François		Steal
	Steal	combat

How can the monopoly of legal violence helps avoiding the war of all against all ?

- The inefficiency of this example is severe.
- Suppose now that a « State » emerges.
- Suppose that the State defines and implements property rights on resources.
- **Property right**: right given to the owner of the resource to **exclude** others from using the resource.
- **Exclusion:** done by a police force and a judicial system who will prosecute and punish those who wants to use the resource without the consent of its owner.
- Police and judicial system is costly and financed by taxes (forced payments).

The interaction with a "State" (1)

François	Valérie	outcome
steal	steal	Fight with tax
steal	deal	François is punished
deal	steal	Valérie is punished
deal	deal	Exchange at a mutually agreed rate (with tax)

The interaction with a "state" (2)

- It seems plausible that the preferences of the two guys for these outcomes would be):

François	Valérie
Exchange at a mutually agreed rate (with tax)	Exchange at a mutually agreed rate (with tax)
Punishment of Valérie	Punishment of François
Fight (with tax)	Fight (with tax)
Punishment of François	Punishment of Valérie

The interaction with a “state” (3)

- What is the likely outcome of this interaction ?

Valérie

François

	Deal	Steal
Deal	Exchange (with tax)	Valérie is punished
Steal	François is punished	Fight (with tax)

The interaction with a “state” (4)

- **Deal is the dominant strategy!!**

Valérie

François

	Deal	Steal
Deal	Exchange (with tax)	Valérie is punished
Steal	François is punished	Fight (with tax)

En résumé:

- L'usage « approprié » d'un monopole de la violence légale peut permettre aux individus d'exploiter au mieux les possibilités de gains mutuels et d'éviter « la guerre de tous contre tous »
- L'argument suppose un fonctionnement efficace de l'appareil judiciaire et policier qui doit être disponible à un coût (financé par impôt) raisonnable.
- La solution au conflit repose sur l'établissement de **droits de propriété** sur les ressources objets de conflit.
- Le **monopole** de la violence légale est important: qu'arriverait-il s'il y avait plusieurs sources de violence légale sur un territoire ?

La légitimité du monopole de la violence?

- **Le problème du monopole de la violence (appartenant à l'Etat) réside dans sa légitimité.**
- **Beaucoup diront qu'il est légitime si l'Etat est démocratique.**
- **D'autres, s'il répond à une volonté exogène (religion).**
- **Nous allons donc (rapidement) nous intéresser à l'évaluation normative de l'intervention publique.**

Evaluation normative générale

- X, un ensemble d' états sociaux mutuellement exclusifs
- État social: description complète de tous les aspects pertinents d'une situation sociale.
- N un ensemble d'individus $N = \{1,..,n\}$ indicés par i
- Exemple 1: $X = \mathbb{R}_+^n$ (l'ensemble des distributions de revenu)
- Exemple 2: $X = \mathbb{R}_+^{nl}$ (l'ensemble des allocations de l biens (publics et privés) entre les n individus.
- $\succsim_i$ la préférence de l'individu i pour les états sociaux dans X (préférence stricte: $\succ_i$, indifférence: $\sim_i$).
- $\succsim_i$: réflexive, complète et transitive (un ordre).
- Question: Comment comparer les éléments de X sur la base de leur « désirabilité normative » en « respectant » les préférences des individus ?

Evaluation normative générale

- Arrow (1950) a formulé le problème comme suit.
- Soit: $(\succcurlyeq_1, \ldots, \succcurlyeq_n)$ un profil de préférences individuelles.
- β l'ensemble de toutes les relations binaires sur X.
- $\mathcal{R} \subset \beta$, l'ensemble de tous les ordres sur X.
- $D \subset \mathcal{R}^n$, l'ensemble (domaine) de tous les profils de préférences a priori admissibles.
- Problème (K. Arrow 1950): Trouver une « fonction de décision collective » $C: D \to \beta$ qui associe à chaque profil $(\succcurlyeq_1, \ldots, \succcurlyeq_n)$ de préférences individuelles une relation binaire $\succcurlyeq = C(\succcurlyeq_1, \ldots, \succcurlyeq_n)$
- $x \succcurlyeq y$: « x est faiblement mieux que y d'un point de vue normatif lorsque les préférences individuelles sont $(\succcurlyeq_1, \ldots, \succcurlyeq_n)$

Exemples de fonctions de décision collective ?

- **1: Dictature de l'individu h**: $x \succcurlyeq y$ si et seulement si $x \succcurlyeq_h y$ (pas très séduisant)
- **2: Classement *a priori* des états sociaux du point de vue d'un code exogène** (ex: Charia). Supposons que le code exogène compare les états sociaux sur la base de l'ordre $\succeq^c$ ($x \succeq^c y$: x (une femme conduit une voiture) est faiblement mieux que y (la femme ne conduit pas).
- Dans cet exemple $C(\succcurlyeq_1 ,\dots, \succcurlyeq_n) = \succeq^c$ pour tous les profils $(\succcurlyeq_1 ,\dots, \succcurlyeq_n)$.
- N.B.: Même si tout le monde est convaincu que y est strictement préférable à x, le critère normatif (charia) dicte que x est mieux y.

Exemples de fonctions de décision collective

- **3: Règle de l'unanamité) (critère de Pareto):** $x \succcurlyeq y$ ssi $x \succcurlyeq_i y$ pour tout individu i.
- Intéressant mais profondément incomplet (ne peut comparer deux états sociaux entre lesquels les individus sont en désaccord)
- **4: règle majoritaire**. $x \succcurlyeq y$ ssi $\#\{i \in N: x \succcurlyeq_i y\} \geq \#\{i \in N : y \succcurlyeq_i x\}$. Très utilisée, mais ne donne pas toujours lieu à un classement transitif des états sociaux. (Paradoxe de Condorcet).

Paradoxe de Condorcet

Paradoxe de Condorcet

Individu 1 | Individu 2 | Individu 3

Paradoxe de Condorcet

Individu 1	Individu 2	Individu 3
Marine Nicolas François		

Paradoxe de Condorcet

Individu 1	Individu 2	Individu 3
Marine	Nicolas	
Nicolas	François	
François	Marine	

Paradoxe de Condorcet

Individu 1	Individu 2	Individu 3
Marine	Nicolas	François
Nicolas	François	Marine
François	Marine	Nicolas

Paradoxe de Condorcet

Individu 1	Individu 2	Individu 3
Marine	Nicolas	François
Nicolas	François	Marine
François	Marine	Nicolas

Une majorité (1 et 3) préfère Marine à Nicolas

Paradoxe de Condorcet

Individu 1	Individu 2	Individu 3
Marine	Nicolas	François
Nicolas	François	Marine
François	Marine	Nicolas

Une majorité (1 et 3) préfère Marine à Nicolas

Une majorité (1 et 2) préfère Nicolas à François

Paradoxe de Condorcet

Individu 1	Individu 2	Individu 3
Marine	Nicolas	François
Nicolas	François	Marine
François	Marine	Nicolas

Une majorité (1 et 3) préfère Marine à Nicolas

Une majorité (1 et 2) préfère Nicolas à François

La transitivité exigerait que Marine soit préférée socialement à François

Paradoxe de Condorcet

Individu 1	Individu 2	Individu 3
Marine	Nicolas	François
Nicolas	François	Marine
François	Marine	Nicolas

Une majorité (1 et 3) préfère Marine à Nicolas

Une majorité (1 et 2) préfère Nicolas à François

La transitivité exigerait que Marine soit préférée socialement à François mais…

Paradoxe de Condorcet

Individu 1	Individu 2	Individu 3
Marine	Nicolas	François
Nicolas	François	Marine
François	Marine	Nicolas

Une majorité (1 et 3) préfère Marine à Nicolas

Une majorité (1 et 2) préfère Nicolas à François

La transitivité exigerait que Marine soit préférée socialement à François mais…

Une majorité (2 et 3) préfère strictement François à Marine

Exemple 5: règle « positionnelle » de Borda

- Définie que si X est fini.
- Pour chaque individu i et état social x, on définit le « score de Borda» de x pour i par le nombre d'états sociaux que i considère comme (faiblement) pires que x.
- La règle dite « de Borda » compare les états sociaux sur la base de la somme de ces scores de Borda individuels.
- Illustrons cette règle par un exemple.

Règle de Borda

Individu 1	Individu 2	Individu 3
Marine	Nicolas	François
Nicolas	François	Marine
Jean-Luc	Jean-Luc	Nicolas
François	Marine	Jean-Luc

Règle de Borda

Individu 1		Individu 2		Individu 3	
Marine	4	Nicolas	4	François	4
Nicolas	3	François	3	Marine	3
Jean-Luc	2	Jean-Luc	2	Nicolas	2
François	1	Marine	1	Jean-Luc	1

Règle de Borda

Individu 1		Individu 2		Individu 3	
Marine	4	Nicolas	4	François	4
Nicolas	3	François	3	Marine	3
Jean-Luc	2	Jean-Luc	2	Nicolas	2
François	1	Marine	1	Jean-Luc	1

Somme des scores de Marine = 8

Règle de Borda

Individu 1		Individu 2		Individu 3	
Marine	4	Nicolas	4	François	4
Nicolas	3	François	3	Marine	3
Jean-Luc	2	Jean-Luc	2	Nicolas	2
François	1	Marine	1	Jean-Luc	1

Somme des scores de Marine = 8

Somme des scores de Nicolas = 9

Règle de Borda

Individu 1		Individu 2		Individu 3	
Marine	4	Nicolas	4	François	4
Nicolas	3	François	3	Marine	3
Jean-Luc	2	Jean-Luc	2	Nicolas	2
François	1	Marine	1	Jean-Luc	1

Somme des scores de Marine = 8

Somme des scores de Nicolas = 9

Somme des scores de François = 8

Règle de Borda

Individu 1		Individu 2		Individu 3	
Marine	4	Nicolas	4	François	4
Nicolas	3	François	3	Marine	3
Jean-Luc	2	Jean-Luc	2	Nicolas	2
François	1	Marine	1	Jean-Luc	1

Somme des scores de Marine = 8

Somme des scores de Nicolas = 9

Somme des scores de François = 8

Somme des scores de Jean-Luc = 5

Règle de Borda

Individu 1		Individu 2		Individu 3	
Marne	4	Nicolas	4	François	4
Nicolas	3	François	3	Marine	3
Jean-Luc	2	Jean-Luc	2	Nicolas	2
François	1	Marine	1	Jean-Luc	1

Somme des scores de Marine = 8

Somme des scores de Nicolas = 9

Somme des scores de François = 8

Somme des scores de Jean-Luc = 5

Nicolas est la meilleure alternative, suivie par Marine et François. Jean-Luc est la pire des alternatives

Règle de Borda

Individu 1		Individu 2		Individu 3	
Marine	4	Nicolas	4	François	4
Nicolas	3	François	3	Marine	3
Jean-Luc	2	Jean-Luc	2	Nicolas	2
François	1	Marine	1	Jean-Luc	1

Somme des scores de Marine = 8

Somme des scores de Nicolas = 9

Somme des scores de François = 8

Somme des scores de Jean-Luc = 5

Problème: Le classement social de François, Nicolas et Marine dépend des préférences pour l’alternative (non-pertinente) Jean-Luc

Règle de Borda

Individu 1		Individu 2		Individu 3	
Marine	4	Nicolas	4	François	4
Nicolas	3	François	3	Marine	3
Jean-Luc	2	Jean-Luc	2	Nicolas	2
François	1	Marine	1	Jean-Luc	1

Somme des scores de Marine = 8

Somme des scores de Nicolas = 9

Somme des scores de François = 8

Somme des scores de Jean-Luc = 5

Mettre Jean-Luc au dessus de Nicolas pour 1 et baisser Jean-Luc sous Marine pour 2 modifie le classement social de Marine et Nicolas!

Règle de Borda

Individu 1		Individu 2		Individu 3	
Marine	4	Nicolas	4	François	4
Nicolas	3	François	3	Marine	3
Jean-Luc	2	Jean-Luc	2	Nicolas	2
François	1	Marine	1	Jean-Luc	1

Somme des scores de Marine = 8

Somme des scores de Nicolas = 9

Somme des scores de François = 8

Somme des scores de Jean-Luc = 5

Mettre Jean-Luc au dessus de Nicolas pour 1 et baisser Jean-Luc sous Marine pour 2 modifie le classement social de Marine et Nicolas!

Règle de Borda

Individu 1		Individu 2		Individu 3	
Marine	4	Nicolas	4	François	4
Jean-Luc	3	François	3	Marine	3
Nicolas	2	Marine	2	Nicolas	2
François	1	Jean-Luc	1	Jean-Luc	1

Somme des scores de Marine = 8

Somme des scores de Nicolas = 9

Somme des scores de François = 8

Somme des scores de Jean-Luc = 5

Mettre Jean-Luc au dessus de Nicolas pour 1 et baisser Jean-Luc sous Marine pour 2 modifie le classement social de Marine et Nicolas!

Règle de Borda

Individu 1		Individu 2		Individu 3	
Marine	4	Nicolas	4	François	4
Jean-Luc	3	François	3	Marine	3
Nicolas	2	Marine	2	Nicolas	2
François	1	Jean-Luc	1	Jean-Luc	1

Somme des scores de Marine = 9

Somme des scores de Nicolas = 8

Somme des scores de François = 8

Somme des scores de Jean-Luc = 5

Mettre Jean-Luc au dessus de Nicolas pour 1 et baisser Jean-Luc sous Marine pour 2 modifie le classement social de Marine et Nicolas!

Règle de Borda

Individu 1		Individu 2		Individu 3	
Marine	4	Nicolas	4	François	4
Jean-Luc	3	François	3	Marine	3
Nicolas	2	Marine	2	Nicolas	2
François	1	Jean-Luc	1	Jean-Luc	1

Somme des scores de Marine = 9

Somme des scores de Nicolas = 8

Somme des scores de François = 8

Somme des scores de Jean-Luc = 5

Mettre Jean-Luc au dessus de Nicolas pour 1 et baisser Jean-Luc sous Marine pour 2 modifie le classement social de Marine et Nicolas!

Règle de Borda

Individu 1		Individu 2		Individu 3	
Marine	4	Nicolas	4	François	4
Jean-Luc	3	François	3	Marine	3
Nicolas	2	Marine	2	Nicolas	2
François	1	Jean-Luc	1	Jean-Luc	1

Somme des scores de Marine = 9

Somme des scores de Nicolas = 8

Somme des scores de François = 8

Somme des scores de Jean-Luc = 5

Le classement social de Marine et Nicolas dépend des préférences individuelles pour Jean-Luc!

Peut-on trouver d'autres règles de décision collectives ?

- Arrow (1950) a proposé une approche axiomatique à cette question.
- Il a proposé 5 axiomes qui, d'après lui, devraient être satisfaits par toute règle de décision collective digne d'intérêt.
- Il a démontré qu'il n'existait aucune règle qui satisfaisait ces 5 axiomes.
- Ce théorème d'impossibilité est resté célèbre, en douchant d'eau glacée les espoirs, hérités des lumières, de pouvoir obtenir une définition satisfaisante de l'intérêt général en fonction des intérêts individuels.

5 propriétés désirables d'une règle de décision collective

- **1) Non-dictature**. Il n'existe pas d'individu h dans N tel que, quels que soient les états sociaux x et y, et le profil de préférences $(\succcurlyeq_1, \ldots, \succcurlyeq_n)$ dans le domaine D, $x \succ_h y$ implique $x \succ y$ (avec $\succcurlyeq = C(\succcurlyeq_1, \ldots, \succcurlyeq_n)$)
- **2) Rationalité Collective**. Le classement social devrait être un ordre (i.e. l'image de C devrait être $\mathcal{R}$) (violée par la règle de l'unanimité (complétude) et par la règle de la majorité (transitivité)
- **3) Domaine non-restreint.** $D = \mathcal{R}^n$ (toutes les combinaisons logiquement concevables d'ordres de préférence individuels sont *a priori* possibles)

5 propriétés désirables d'une règle de décision collective

- **4) Principe faible de Pareto**. Pour tous les états sociaux x et y, et pour tous les profils $(\succcurlyeq_1 ,\ldots, \succcurlyeq_n) \in D$, $x \succ_i y$ pour tous les individus $i \in N$ doit impliquer $x \succ y$ (où $\succcurlyeq = C(\succcurlyeq_1 ,\ldots, \succcurlyeq_n)$ (violé par la règle de décision collective résultant d'un code exogène)
- **5) Indépendance binaire par rapport aux alternatives non-pertinentes.** Pour n'importe quels deux profils $(\succcurlyeq_1 ,\ldots, \succcurlyeq_n)$ et $(\succcurlyeq'_1 ,\ldots, \succcurlyeq'_n) \in D$ et n'importe quels deux états sociaux x et y tels que $x \succcurlyeq_i y \Leftrightarrow x \succcurlyeq'_i y$ pour tous les individus i, on doit avoir $x \succcurlyeq y \Leftrightarrow x \succcurlyeq' y$ où $\succcurlyeq = C(\succcurlyeq_1 ,\ldots, \succcurlyeq_n)$ et $\succcurlyeq' = C(\succcurlyeq'_1 ,\ldots, \succcurlyeq'_n)$ Le classement social de x et y ne doit dépendre que des classements que font les individus eux-mêmes de x et y.

Théorème d'Arrow: Il n'existe pas de fonction de décision collective $C: D \longrightarrow \beta$ qui vérifie les axiomes 1-5.

Touts les axiomes d'Arrow sont indépendants

- La dictature de l'individu h satisfait Pareto, la rationalité collective, l'indépendance binaire par rapport aux alternatives non-pertinentes et le domaine non-restreint mais viole la non-dictature.
- Le classement des états sociaux sur la base d'un code traditionnel satisfait tous les axiomes d'Arrow autres que le principe faible de Pareto.
- La règle majoritaire satisfait la non-dictature, Pareto, l'indépendance binaire par rapport aux alternatives non-pertinentes et le domaine non-restreint mais viole la rationalité collective (tout comme la règle de l'unanimité).
- La règle de Borda satisfait la non-dictature, Pareto, le domaine non-restreint et la rationalité collective mais viole l'indépendance binaire par rapport aux alternatives non-pertinentes.
- Nous verrons sous-peu qu'il existe des règles de décision collective qui viole le domaine non-restreint mais qui vérifient tous les autres axiomes d'Arrow.

Comment sortir du nihilisme du théorème d'Arrow ?

- Stratégie naturelle: assouplir les axiomes
- Difficile d'assouplir la non-dictature.
- On peut peut être assouplir l'exigence que le classement normatif des états sociaux soit un ordre (En particulier, on peut accepter qu'il soit « incomplet »)
- On peut restreindre le domaine des profils de préférences *a priori* admissibles.
- On peut assouplir l'indépendance par rapport aux alternatives non-pertinentes
- Quid de Pareto ?

Assouplir le principe de Pareto ? (1)

- Non! diront spontanément les économistes, qui utilisent le principe de Pareto comme critère l d'efficacité.
- Beaucoup d'économistes abusent du principe de Pareto.
- Etant donné un ensemble A d'états sociaux dans X, un état a est efficace dans A s'il n'existe pas d'autres états dans A que tout le monde préfère faiblement à a et qu'au moins un individu préfère strictement à a.
- Abus fréquent: si a est efficace dans A et b ne l'est pas, alors a est normativement meilleur que b.
- Autre abus (principe d'amélioration potentielle au sens de Pareto) a est normativement mieux que b s'il est possible de compenser les perdants du passage de b à a tout en conservant gagnants les gagnants!
- Un seul usage est correct: Si tout le monde faiblement préfère x à y, alors x est normativement mieux que y.

Conclusion

- Les jeux évolutionnaires montrent que des espèces peuvent cohabiter.
- Certaines stratégies évolutionnaires sont meilleurs que d’autres.
- La présence de l’Etat est nécessaire pour éviter la guerre de tous contre tous.
- Il est impossible de créer une règle de décision collective qui respecter simultanément les 5 axiomes d’ARROW dès lors qu’il existe plus de 2 alternatives.
- Pour autant, on peut assouplir le théorème d’ARROW.