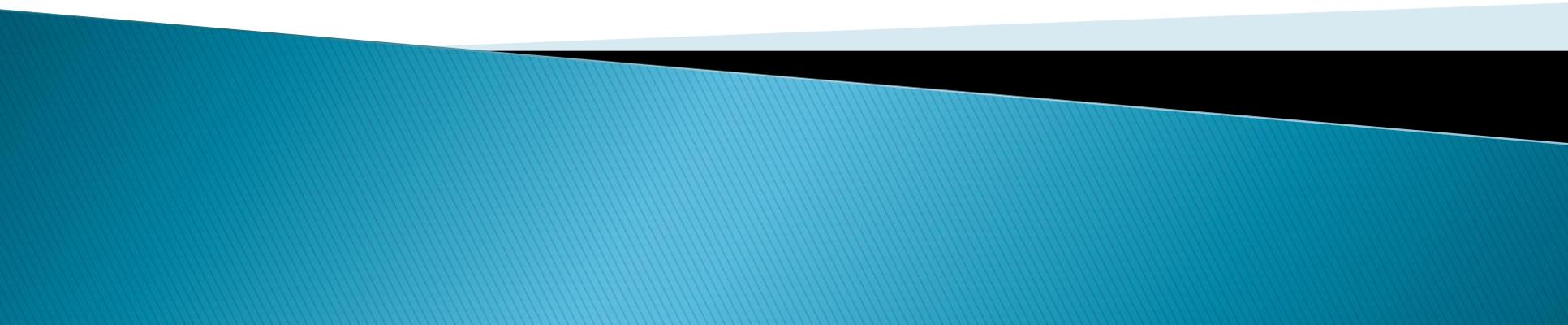


Avoir le choix, est-ce toujours une bonne chose?

Variance et écart-type



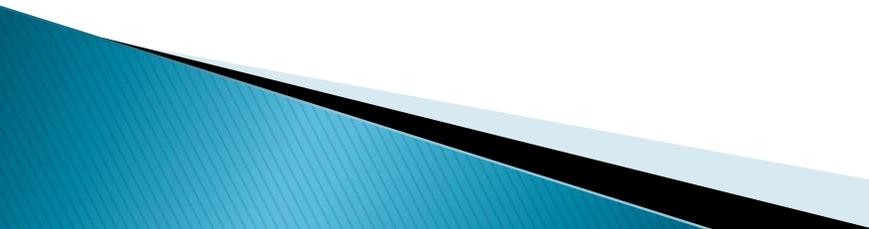
La bataille contre l'empire Qin

- ▶ En 210 av JC, le général Yu menait une guerre contre l'empire Qin.
- ▶ Ses troupes devaient traverser le fleuve Yangzi Jiang.
- ▶ Après la traversée, le général ordonna la mise à feu sur ses propres navires.
- ▶ Les ustensiles de cuisine connurent le même sort.
- ▶ Le général expliqua à ses hommes qu'ils n'avaient plus le choix, il fallait vaincre ou mourir.

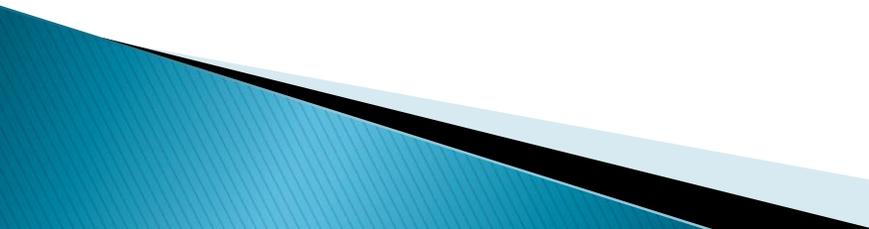
La bataille contre l'empire Qin

- ▶ Cette décision fut un succès.
 - ▶ Les troupes du général Yu remportèrent 9 victoires consécutives contre l'empire Qin.
 - ▶ La motivation causée par l'absence de porte de sortie avait eu un impact positif sur les performances des troupes.
 - ▶ Pourtant, c'est une décision à priori irrationnelle.
- 

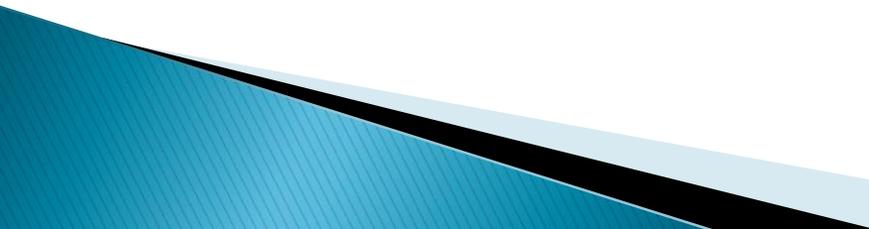
Avoir le choix

- ▶ En effet, *normalement*, augmenter le choix permet d'augmenter la satisfaction, ou du moins de ne pas la diminuer.
 - ▶ Supposons que parmi n alternatives, on en ait choisi une (appelons là alternative A).
 - ▶ Si une nouvelle alternative s'ouvre à nous (disons B), soit elle est mieux que l'alternative A, et on va alors choisir B, soit elle est moins bien, et on garde A.
 - ▶ On sera donc aussi bien si $B < A$, et mieux sinon.
- 

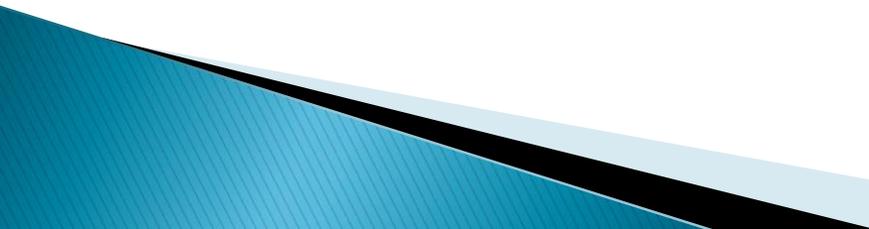
Avoir le choix

- ▶ On avait déjà vu que dans certains cas, ce n'était pas toujours vrai.
 - ▶ Notamment, les entreprises peuvent proposer des leurres, c'est-à-dire des offres inintéressantes, mais qui nous orientent vers tel ou tel offre (voire chap sur la relativité).
 - ▶ Pourtant, dans le cas de la guerre contre l'empire QIN, passer de 2 alternatives (combat ou retraite) à une seule (combat), pas de leurre, donc situation à priori moins bonne.
- 

Avoir le choix

- ▶ Or, il faut aussi prendre en compte le fait qu'en brûlant les bateaux, le général a aussi réaffecté toutes ses troupes à la bataille.
 - ▶ Dans le cas contraire, il aurait dû affecter certains de ces hommes à l'entretien des bateaux, à la cuisine, à la garde du camp...
 - ▶ En d'autres termes, augmenter le nombre d'alternatives est coûteux.
 - ▶ En supprimant une porte de sortie, on concentre ses moyens.
- 

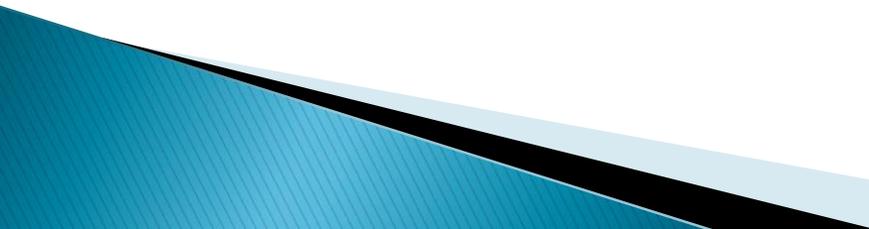
Avoir le choix

- ▶ De nos jours, on essaie toujours de parer à toute éventualité.
 - ▶ Achat d'un 4x4 toute option au cas où il y ait des intempéries
 - ▶ Souscription à une garantie prolongée en cas de panne
 - ▶ Achat d'un ordinateur surpuissant au cas où on aurait besoin de ses fonctionnalités...
 - ▶ Est-ce une bonne idée?
- 

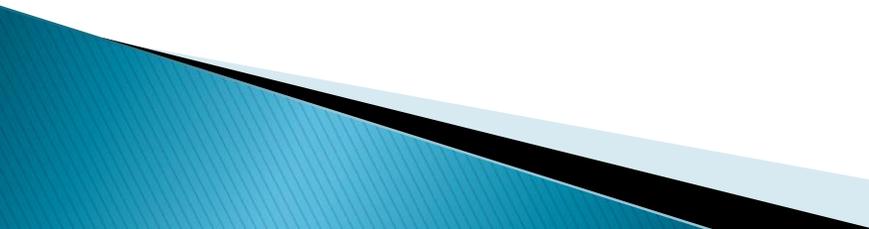
Avoir le choix

- ▶ Inconsciemment, en voulant se donner le choix en toute éventualité, on se prive... d'autres choix!
 - ▶ En achetant un ordinateur plus puissant que ce dont on a besoin, ou un 4x4 alors qu'on ne s'en servira qu'en ville, on dépense plus que ce qu'il était nécessaire, et donc on se prive d'argent disponible pour autre chose.
 - ▶ Plein d'exemples dans la vie courante
- 

Avoir le choix

- ▶ Difficulté de choisir quelle formation suivre, car suivre une formation revient à fermer la porte à toutes les autres formations
 - ▶ Idem pour les relations amoureuses : en s'engageant avec une personne, on ferme la porte à toutes les autres relations possibles.
 - ▶ Au final, on a du mal à faire un choix définitif.
 - ▶ C'est pourquoi on essaie toujours de conserver le plus grand choix possible.
- 

Expérience

- ▶ Pour vérifier ces affirmations, Dan Ariely a tenté une expérience.
 - ▶ Les gains des participants dépendent de leur volonté de conserver le plus grand choix possible, même si ça a un coût.
 - ▶ On va s'intéresser à la moyenne des gains, mais aussi à la variance et l'écart-type.
 - ▶ Donc, utilisation de l'outil statistique « variance » et « écart-type ».
- 

Variance

- ▶ La **variance** est une mesure servant à caractériser la dispersion d'une distribution ou d'un échantillon.
- ▶ Soit une série (x_1, \dots, x_n) .
- ▶ On sait que la moyenne est donné par
 - ▶ $m = (x_1 + \dots + x_n) / n$
- ▶ La variance sera alors obtenue par le calcul:
 - ▶ $V = [(x_1 - m)^2 + \dots + (x_n - m)^2] / n$
 - ▶ Ou encore par
 - ▶ $V = (x_1^2 + \dots + x_n^2) / n - m^2$

Écart-type

- ▶ L'écart-type (standard deviation en anglais) est une autre mesure de dispersion d'une série.
- ▶ Il est généralement noté σ
- ▶ On l'obtient à partir de la variance.
 - ▶ $\sigma = \sqrt{V}$
- ▶ On considèrera qu'une série est dispersée si $\sigma/m > 1$
- ▶ Pour comparer 2 séries, on compare le rapport σ/m de chacune d'entre elles.

Propriétés de la variance et de l'écart-type

Suite à un changement de variable, la variance et l'écart-type peuvent varier également.

- ▶ Soit la série $(y_1, \dots, y_n) = (x_1 + a, \dots, x_n + a)$.
- ▶ On aura alors $V(y) = V(x)$ et donc $\sigma(y) = \sigma(x)$
- ▶ La variance et l'écart-type ne changent pas si chaque membre de la série est augmenté (ou diminué) d'un même montant.
- ▶ Remarque: on aura, par contre, $m(y) = m(x) + a$

Propriétés de la variance et de l'écart-type

- ▶ Soit la série $(y_1, \dots, y_n) = (a.x_1, \dots, a.x_n)$.
- ▶ On aura alors $V(y) = a^2.V(x)$ et donc $\sigma(y) = a.\sigma(x)$
- ▶ La variance et l'écart-type changent si chaque membre de la série est multiplié par un même nombre, en étant multiplié par le carré de ce nombre pour la variance, et le nombre pour l'écart-type.
- ▶ Par ailleurs, on remarque que $m(y) = a.m(x)$

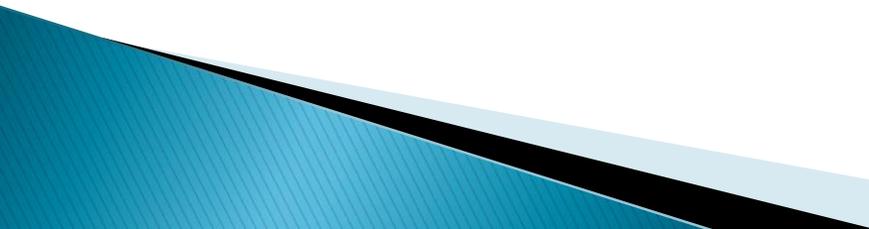
Conséquences sur la dispersion

- ▶ Si on ajoute un même nombre à chaque valeur de la série, la dispersion, mesurée par le rapport σ/m va donc baisser, car σ ne variera pas et m va augmenter.
- ▶ Ex: (0 ; 10 ; 20) et (10 000 ; 10 010 ; 10 020)
- ▶ Par contre, si on multiplie chaque valeur de la série par un même nombre, la dispersion, mesurée par le rapport σ/m ne changera pas, chaque terme étant multiplié par le même nombre.
- ▶ Ex: série mesurée en m, puis en cm.

Différences entre 2 séries

- ▶ Lorsqu'on sépare un échantillon en 2 sous-échantillon (par exemple les hommes et les femmes), on peut savoir si la dispersion est due à la différence entre les sous-échantillons ou à la dispersion au sein de chaque échantillon.
- ▶ Pour cela, on calcule la variance intergroupe et la variance intragroupe.

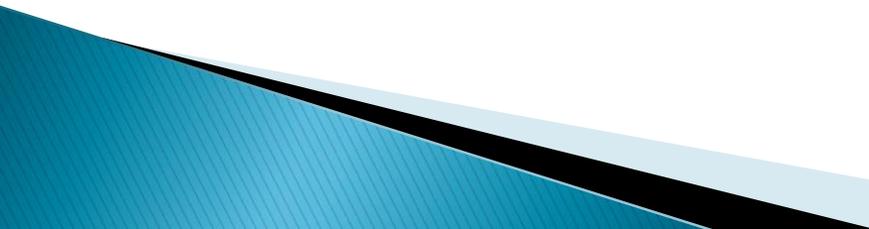
Différences entre 2 séries

- ▶ La variance intergroupe est la variance des moyenne des sous-échantillons par rapport à la moyenne globale.
 - ▶ La variance intragroupe est la moyenne des variance des sous-échantillons.
 - ▶ La somme de la variance inter et de la variance intra est égale à la variance totale.
- 

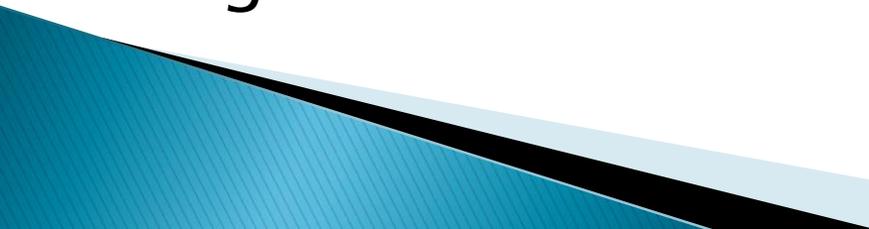
Différences entre 2 séries

- ▶ Exemple: Prenons un échantillon dont la taille moyenne est 170cm et la variance, 75cm.
- ▶ Supposons que la taille moyenne des hommes de l'échantillon soit 180cm, celle des femmes de 160cm.
- ▶ On suppose qu'il y a autant d'hommes que de femmes
- ▶ La variance inter sera alors
 - ▶ $[(180-170)^2+(160-170)^2]/2=50$
- ▶ Par déduction, on sait alors que la variance intra est $75-50=25$

Différences entre 2 séries

- ▶ On peut donc dire que $2/3$ ($=50/75$) de la dispersion est expliquée par la différence de taille entre hommes et femmes.
 - ▶ Le reste de la dispersion est expliquée par la dispersion au sein de chaque sous-échantillon.
 - ▶ Résultat logique.
- 

Retour sur l'expérience

- ▶ L'expérience était la suivante.
 - ▶ Les participants sont placés face à un ordinateur.
 - ▶ A l'écran s'affiche 3 portes :une rouge, une bleue, une verte.
 - ▶ Chaque participant à droit à 100 clics.
 - ▶ Il peut utiliser un clic pour rentrer dans une pièce, et chaque clic dans cette pièce lui rapporte de l'argent.
 - ▶ Le gain par clic dépend de la pièce, mais varie également au sein de chaque pièce.
- 

Retour sur l'expérience

- ▶ Considérons l'expérience d'un joueur pour bien comprendre.
- ▶ Il commence pour entrer par la porte rouge.
- ▶ A l'intérieur, il clique 3 fois, et ses clics lui rapporte 3,5cts, 4,1cts puis un centime.
- ▶ Puis, il décide de changer de pièce, et d'entrer dans celle à la porte verte.
- ▶ Une fois dedans, il clique 3 fois, et ses clics lui rapporte 3,7cts, 5,8cts puis 6,5cts.
- ▶ Donc cette nouvelle salle est plus rentable que la première (5,33cts en moyenne contre 2,87cts dans la première).

Retour sur l'expérience

- ▶ Puis, il décide de quitter la pièce pour essayer la dernière (celle avec la porte bleue). Après 3 clics, il obtient 12cts au total (soit une moyenne de 4cts) : 3,4cts, 4,1cts, 4,5cts.
- ▶ Sur ces 9 premiers clics (sans compter les 3 clics utiliser pour rentrer dans une pièce), la moyenne est de 4,07cts et la variance totale, de 2,213.
- ▶ Il décide donc de retourner dans le pièce avec la porte verte, et utilise tous ses clics dans cette salle.

Retour sur l'expérience

- ▶ La variance intergroupe est de 0,98.
- ▶ La variance totale étant 2,213, on a
 - ▶ $V_{\text{inter}}/V_{\text{totale}} = 0,44$
- ▶ Donc, la différence entre les pièces expliquent 44% de la dispersion des 9 premiers gains.

Retour sur l'expérience

- ▶ Ce joueur a voulu « tester » toutes les pièces, et de revenir dans celle qui lui a offert le plus.
- ▶ Cependant, il a utilisé 4 clic pour changer de pièces.
- ▶ Selon le nombre total de clic, choisir une pièce au début et y rester (même si ce n'est pas la meilleure) peut être le meilleur choix.
- ▶ Et c'est pourtant le choix qu'on fait la plupart des participants.
- ▶ Vu qu'ils avaient 100 clics, on peut dire que c'est un bon choix.

Retour sur l'expérience

- ▶ Une variante de cette expérience a été menée.
 - ▶ Cette fois, une pièce inutilisée pendant 12 clics disparaissait complètement.
 - ▶ Donc crainte de voir le choix se réduire...
 - ▶ Même si c'est une alternative moins rentable qui disparaît!
 - ▶ Les participants, en majorité, ont tenu à conserver les 3 portes.
 - ▶ En conséquence, leurs gains étaient inférieur de 15% à ceux de la première expérience.
- 

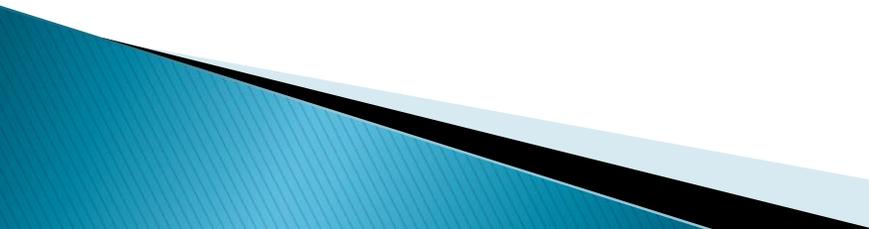
Retour sur l'expérience

- ▶ Une nouvelle variante de cette expérience a été menée.
- ▶ Cette fois, non seulement une pièce inutilisée pendant 12 clics disparaissait complètement, mais le changement d'une pièce à une autre coutait un clic + 3 cts.
- ▶ Et Pourtant, les participants, en majorité, ont encore tenu à conserver les 3 portes.
- ▶ En conséquence, leurs gains étaient inférieur de 3cts en moyenne à ceux de l'expérience précédente.

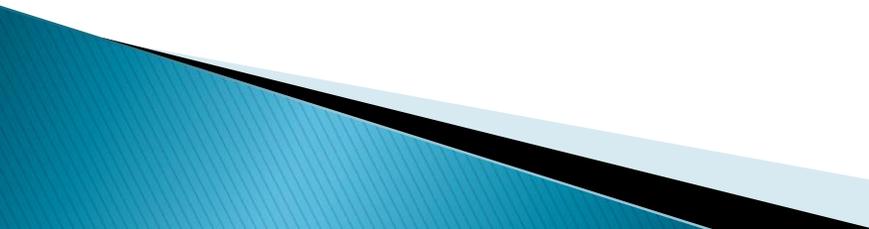
Retour sur l'expérience

- ▶ Dans l'expérience suivante, le montant moyen de rémunération de chaque salle est annoncé aux participants.
 - ▶ Le but était qu'ils délaissent les portes moins rentables, qui disparaîtront au bout de 12 clics.
 - ▶ Et pourtant, encore une fois, les participants refusèrent de voir les portes disparaître!
 - ▶ L'idée de perdre définitivement des choix possibles les conduisent à prendre une décision irrationnelle.
- 

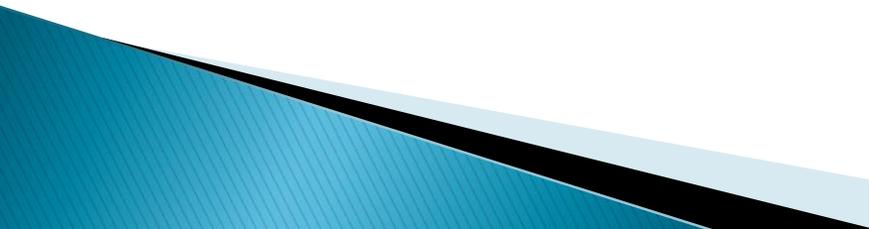
Retour sur l'expérience

- ▶ L'expérience a ensuite été modifiée à nouveau.
 - ▶ Cette fois, une porte qui disparaît peut être « ressuscitée » en échange d'un clic en moins.
 - ▶ Encore une fois, les participants refusèrent de laisser la porte disparaître, alors même que cette fois-ci, la disparition n'était pas irréversible.
 - ▶ Conclusion : l'idée de perdre des possibilités, même non pertinentes, nous est désagréable.
- 

De l'expérience à la réalité

- ▶ Les applications de cette expérience à la vie courante sont nombreuses.
 - ▶ On a du mal à terminer une relation vouée à l'échec pour en commencer une nouvelle, car ça revient à fermer la porte définitivement à cette relation.
 - ▶ Même chose avec les soldes, on achète des vêtements non par envie ou besoin, mais par peur que quelqu'un d'autre les achète, et qu'ils ne soient plus disponibles après.
- 

De l'expérience à la réalité

- ▶ Beaucoup de couples ayant vécu dans des villes différentes la semaine et se retrouvant le week-end disent qu'il ont plus profité de leur couple à ce moment là qu'en vivant tout le temps ensemble.
 - ▶ Quand on vit ensemble, on a tellement le choix sur les jours de sortie commune, qu'au final, on ne sort que rarement!
 - ▶ Par contre, quand on ne se voit que le week-end, on en profite pour sortir ensemble.
- 

Que faire alors?

- ▶ On s'épuise trop souvent à vouloir garder des portes ouvertes, même si le coût est supérieur à l'avantage.
- ▶ Histoire de l'âne qui a faim, et qui hésite entre 2 meules de foin à égale distance.
- ▶ Au final, l'âne n'arrive pas à se décider et meurt...
- ▶ Application à la vie courante.
- ▶ Si on hésite entre 2 appareils photo, le temps de prendre la décision, on rate quantité de clichés!

Que faire alors?

- ▶ L'hésitation entre 2 options très proches et les conséquences négatives ont un exemple politique récent.
- ▶ Le shut down américain
- ▶ Les démocrates et républicains n'ont pas pu se mettre d'accord sur un budget (pour des détails).
- ▶ Résultats: pas de budget, les agences américaines fermées, coût pour l'économie US: entre 0,5 et 2 points de PIB selon les estimations.

Conclusion

- ▶ On a du mal à fermer définitivement des portes de sorties.
 - ▶ Or, il arrive fréquemment que maintenir ces portes de sorties soient contreproductif.
 - ▶ Il est d'autant plus dur de faire un choix quand les 2 options sont proches.
 - ▶ Le temps de faire un choix est coûteux.
 - ▶ Et pourtant, tirer à pile ou face serait le plus simple!
- 